

論文

木造家屋の鉄道振動応答予測

藤掛敏夫
(大気環境部)

Original

Vibration Prediction of Wooden House Excited by Railway Vibration

Toshio FUJIKAKE
(Air Quality Division)

Summary

This report deals with vibration response of the second floor of wooden house considering with ground-foundation interaction. The foundation of the wooden house is assumed to be a multi-cellular block continuous footing. The distribution of contact stress between the ground and the foundation is assumed to be uniform. The dynamic complex compliance beneath the foundation is derived from Tajimi's approximate solution for dynamic displacement of the ground. The vibration response of the second floor is assumed as a simply supported beam which supports the second floor. The inputs to the foundation are three types of power spectral densities. The results are as follows.

- 1 The vibration model of the wooden house is possible to treat as combined system of mass concentrated system and simply supported beam.
- 2 The ground vibration which acts on the foundation decreases at the foundation, but the vibration of the foundation is amplified at the second floor. After all, the vibration of the second floor becomes greater than the vibration of the ground.
- 3 The vibration level of the foundation is 1dB smaller than the vibration level of the ground in L_{50} and the vibration level of the second floor is 2dB greater than the vibration level of the ground in L_{50} . These values are well fit measured ones.

key words : soil foundation interaction, vibration prediction, wooden house vibration

1. はじめに

鉄道、自動車等の交通機関及び工場から発生する振動は地面を伝搬し、周辺の構築物に振動を発生させる。本研究は先に提案¹⁾⁻³⁾した鉄道振動の予測手法が振動レベルだけでなく、パワースペクトル密度の予測値も与えることを考慮し、基礎への入力のパワースペクトル密度で与えられる場合の木造家屋の振動応答予測を目的とした。このことによって、先の鉄道振動の予測手法と合わせ、鉄道車両の走行に伴って発生する軌道周辺の地面振動の予測から木造家屋内の振動レベル予測までが可能となる。次に本報告の概要を示す。

第2章では地盤と基礎の相互作用を扱う。まず、木造家屋の基礎(布基礎)を長方形の柵目基礎に単純化し、地面の変位に関する田治見⁴⁾の近似解を用いて基礎直下の複素グランドコンプライアンスを導く。ここで得られた複素グランドコンプライアンスを基に、以下の章での振動応答解析が進められる。

第3章では、地面、基礎間の振動(波動)入力損失を近似するための損失フィルターを検討する。一般に、基礎の剛性は地面の剛性より大きいため、基礎は地面の振動を拘束し、振動(波動)の入力損失が生じる。この特性を近似するために山原⁵⁾あるいは広瀬、石井⁶⁾らによって幾種類かの損失フィルターが提案されている。本章では地面を伝搬する横波速度と基礎の長辺から決定される折点周波数を持つ低域フィルターを用いた。

第4章では、まず本研究で扱う地面・基礎の相互作用を考慮した木造家屋2階床の振動モデルを作成する。次いで、3章で得られた損失フィルターを通過した鉄道振動のパワースペクトル密度が、基礎への入力となる場合の基礎及び2階床の振動応答を求める。ここでは、2階床の振動応答を家屋構造材の一つである梁の振動とみなし、梁の境界条件は両端支持とした。2階床の振動を床を支持している梁の振動とみなすことで、個々の部屋の振動応答予測が可能となる。なお、基礎と梁との動的な結合はカスケード結合とみなした。

第5章では4章で提案した振動モデルに、新幹線鉄道振動で観測されたパワースペクトル密度の包絡的なスペクトル形状を入力として与え、地面・基礎間及び地面・2階床間の振動レベル(以後、VLと記述する)差の累積度数分布曲線を求めた。計算に用いた梁は4種類、入力パワースペクトル密度の形状、地面の横波伝搬速度、家屋の質量はいずれも3種類とした。

2. 複素グランドコンプライアンス

地盤と基礎の相互作用に関する研究は解説書を含め数多く行われているが、多くの場合基礎形状は円形、正方

形あるいは長方形であり、垂直方向の振動では基礎の接地応力分布を剛基礎分布とした解析が行われている⁷⁾⁻¹⁰⁾。しかし、木造家屋の基礎形状は一般に長方形を基本とした枠型であること、接地応力分布は必ずしも剛基礎分布と見なせないこと等、固有の特徴を持っている。ここでは、基礎の平面形状を図-1に示す長方形柵目型、接地応力分布を均等分布、基礎への荷重を等分布荷重と仮定した場合の複素グランドコンプライアンスを求める。基礎形状は長方形柵目型に単純化されているが、木造家屋の基礎形状が長方形枠型形状の組み合わせから成るといふ特徴は失われていない。なお、地表面への垂直方向加振による任意地点の地盤変位として田治見⁴⁾の近似解を用いた。このとき図-1基礎中央、点Oの複素グランドコンプライアンスを $\alpha - j\beta$ (j は虚数単位を示す)とすれば、コンプライアンスは式(1)で与えられる。

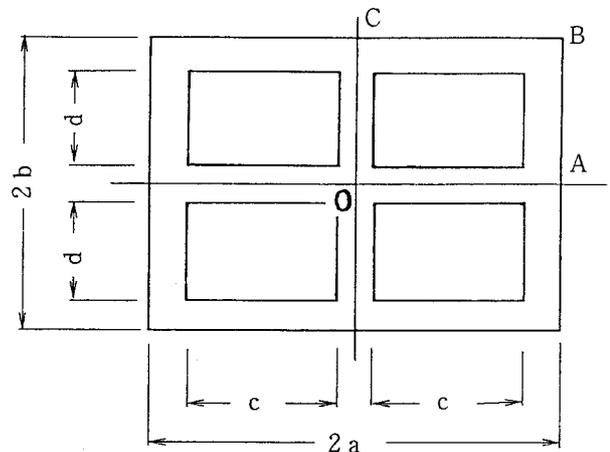


図1 基礎の形状

$2a=9.4m, 2b=7.4m, c=4.1m, d=3.4m$

ここで、 ρ_g は地盤の密度、 μ はポアソン比、 G は地面のせん断剛性率、 V_s は横波の伝搬速度を示す。

$$\alpha - j\beta = 4 \cdot \frac{1 - \mu}{2\pi G} \frac{1}{4(ab - cd)} \sum_{i=1}^5 \delta_i \quad (1)$$

$$V_s = \sqrt{G / \rho_g}$$

δ_i は点Oに長方形分割法を適用したときの各長方形基礎による点Oの変位関数を表す。例えば、長方形OABCによる点Oの変位関数 δ_1^* は式(2)で与えられる。

図2に $V_s 160m/s$ における点Oの複素グランドコンプライアンス $\alpha - j\beta$ を示す。

$$\delta_1 = \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^{\frac{b}{2}} e^{-jkr} dr d\theta + \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^{\frac{b}{2}} e^{-jkr} dr d\theta \quad (2)$$

$k = 1.33 \omega / V_s$

* 付録-1 ** 付録-2

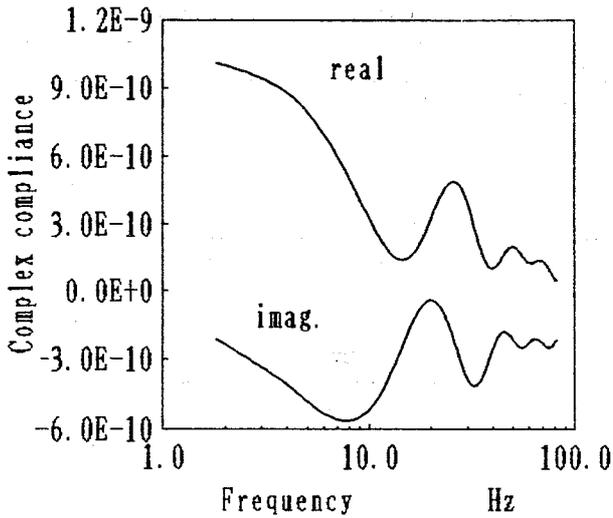


図2 地面の複素コンプライアンス

$V_s=160\text{m/s}$, $P_g=18,000\text{kg/m}$, $\mu=0.35$

3. 損失フィルター

地面から基礎への振動(波動)の入力損失については、山原⁵⁾…、広瀬、石井⁶⁾…らのモデルがあるが、いずれも長方形基礎に関するもので、柵目基礎に関する損失フィルターは現在のところ見あたらない。そこで、ここでは損失フィルターに式(3)で与えられる単純なCR型低域フィルターを用い、その折点周波数 f_c を式(4)で与えた。

$$FL(j\omega) = \omega_c / (j\omega + \omega_c) \quad (3)$$

$$\omega = 2\pi f, f_c = V_s/2a \quad (4)$$

式(4)で与えられる折点周波数は任意の V_s の基で柵目基礎長辺を一波長とする伝搬波動の周波数に等しい。図3に本フィルターの特性を示す。

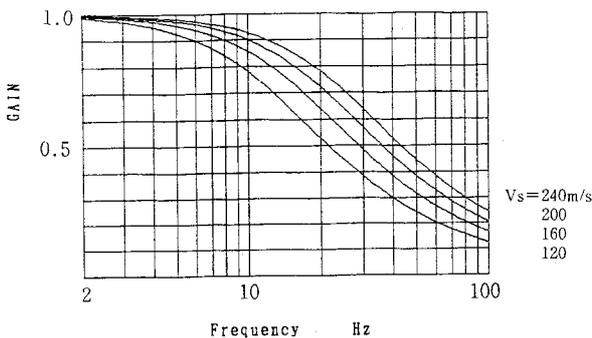


図3 損失フィルターの特性

4. 基礎及び2階床の振動応答

図4(a)に木造家屋を模式化して示す。家屋は在来工法の軸組構造とする。垂直方向の振動に注目した場合、家屋の垂直方向(柱に沿った方向)の剛性は梁の曲げ剛性より大きいので、図4(a)の2階床の振動は、垂直方向の振動に関し、図4(b)のように家屋全体の質量を含めた基礎の

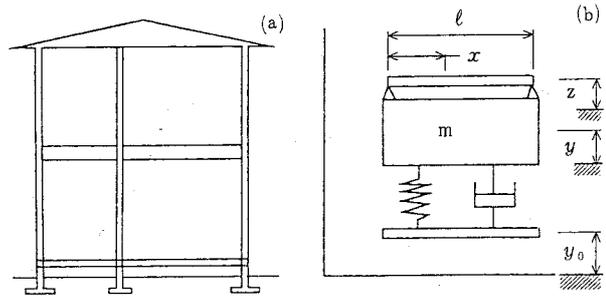


図4 (a)木造家屋、(b)振動モデル

上に設置される両端単純支持梁の振動応答に単純化して扱える。梁は各部屋ごとに固有の仕様を持っているので、本モデルにより部屋ごとの振動応答予測が可能になる。

式(1)から得られる複素バネ係数の実部、虚部をそれぞれ P 、 Q とおけば、基礎の応答は式(5)で与えられる。

$$P(\omega) = \frac{\left| \frac{P}{m} \left(\frac{P}{m} - \omega^2 \right) + \frac{Q^2}{m^2} + j \left[\frac{PQ}{m^2} - \frac{Q}{m} \left(\frac{P}{m} - \omega^2 \right) \right] \right|^2}{\left(\frac{P}{m} - \omega^2 \right)^2 + \frac{Q^2}{m^2}} \cdot F_L(\omega) |^2 P_S(\omega) \quad (5)$$

$$P = \frac{a}{a^2 + \beta^2} \quad Q = \frac{\beta}{a^2 + \beta^2}$$

ここで、 $P_S(\omega)$ は入力のパワースペクトル密度(以後、PSDと記述する)、 $F_L(\omega)$ は損失フィルターのゲインを示す。

梁の振動応答は本報告で使用する梁の一次モードの固有振動数が概ね31~50Hzであること、高次(3、5、…)の固有振動数は基礎への入力PSDの最高周波数より十分大きくなること等を勘案し、一次モードのみを考慮した。

このとき、内部摩擦係数 ξ を持つ粘弾性両端支持梁の絶対加速度応答は周知のように式(6)で与えられる。

$$B(x, \omega) = \{ (A \cos \theta_1 + 1)^2 + A^2 \sin^2 \theta_1 \} P(\omega) \quad (6)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{2\eta_1 \omega_1 \omega}{\omega_1^2 - \omega^2} \right\}$$

$$A = \frac{4\omega^2}{\pi} \frac{\sin \frac{\pi x}{l}}{1} \frac{1}{\sqrt{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_1^2 \omega_1^2 \omega^2}}, \quad \eta_1^2 = \frac{\xi^2 \omega_1^2}{4E^2} \quad (7)$$

5. 計算結果

基礎への入力是新幹線鉄道で発生する地面振動のPSDの包絡線的な形状とした。図5(a)、(b)、(c)に入力に用いたPSDを示す。 V_s の値は鉄道振動の調査を行った際に得られた V_s 値及び、やや軟弱、中間、硬質地面を考慮して120、160、240m/sの3種類とした。

… 付録-3

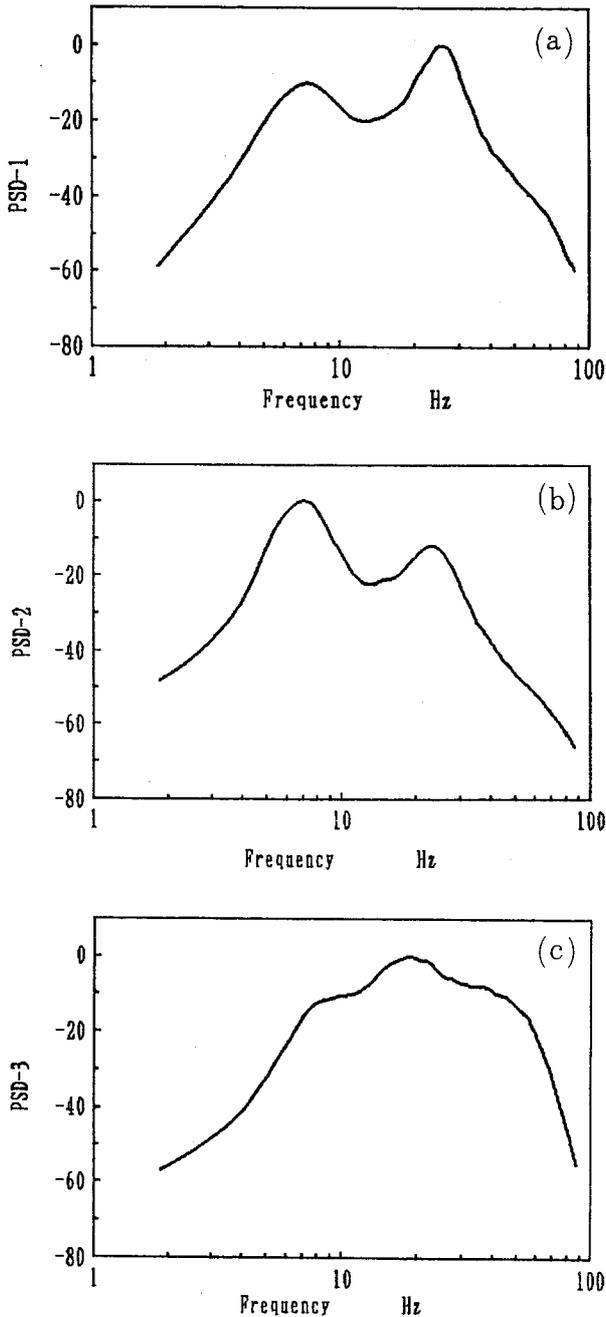


図5 入力パワースペクトル密度

梁の仕様を表1に示す。これらの値は軸組構造木造家屋の標準値である。なお、式(7)の η_1 の値は0.03とした。表2~10に V_s 、梁、質量及び入力PSDの組合せに対する基礎及び梁中央のVL値を示す。

5.1 基礎の振動応答

各入力PSDごとに V_s をパラメータとし、基礎質量を変化させた場合の基礎の応答を図6(a), (b), (c)に示す。

基礎の振動応答は入力PSD及び V_s と建物の質量(本研究では基礎の質量に等しい。以後、基礎質量)の組合せから導かれる地面-基礎間のゲイン特性によって決定される。例えば、 $V_s=120\text{m/s}$ 、基礎質量30,000kgと60,

表1 Dimension of the beams

TYPE	width	height	span	interval
BEAM-1	105 mm	180 mm	2,700 mm	900 mm
BEAM-2	120	210	2,700	1,800
BEAM-3	105	240	3,600	900
BEAM-4	120	300	3,600	1,800

$\rho = 7.30 \times 10^2 \text{kg/m}^3$, Young's modulus = $1.03 \times 10^{10} \text{N/m}^2$,
 $\eta_1 = 0.03$, $\eta_1^2 = \xi^2 \omega_1^2 / 4E^2$

表2

$V_s = 120\text{m/s}$

Mass=30,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	54.0 dB	57.1	59.2
BEAM-2	52.9	57.0	57.8
BEAM-3	60.5	57.7	63.0
BEAM-4	54.7	57.2	60.3
FOUND	50.9	56.7	55.6
GROUND	54.6	57.6	58.1

表3

$V_s = 120\text{m/s}$

Mass=45,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	53.8 dB	57.3	59.7
BEAM-2	52.8	57.1	58.6
BEAM-3	60.0	57.8	63.4
BEAM-4	54.5	57.3	60.4
FOUND	51.0	56.8	56.8
GROUND	54.6	57.6	58.1

表4

$V_s = 120\text{m/s}$

Mass=60,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	53.3 dB	57.4	60.4
BEAM-2	52.4	57.3	59.6
BEAM-3	59.1	57.9	63.7
BEAM-4	53.9	57.5	61.0
FOUND	50.8	57.0	58.0
GROUND	54.6	57.6	58.1

表5

$V_s = 160\text{m/s}$

Mass=30,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	57.0 dB	57.6	60.6
BEAM-2	55.7	57.5	59.1
BEAM-3	64.3	58.5	65.0
BEAM-4	57.8	57.7	61.2
FOUND	53.1	57.1	55.9
GROUND	54.6	57.6	58.1

表 6 $V_s=160\text{m/s}$

Mass=45,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	58.5 dB	57.9	60.9
BEAM-2	57.1	57.7	59.3
BEAM-3	65.3	58.9	65.3
BEAM-4	59.3	58.0	61.4
FOUND	54.4	57.3	56.5
GROUND	54.6	57.6	58.1

表 7 $V_s=160\text{m/s}$

Mass=60,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	59.6 dB	58.1	61.3
BEAM-2	58.3	57.9	59.8
BEAM-3	65.8	59.2	65.3
BEAM-4	60.4	58.2	61.8
FOUND	55.6	57.5	57.3
GROUND	54.6	57.6	58.1

表 8 $V_s=240\text{m/s}$

Mass=30,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	56.8 dB	57.9	63.5
BEAM-2	55.4	57.7	60.5
BEAM-3	64.6	58.8	66.5
BEAM-4	57.8	58.0	64.6
FOUND	52.9	57.4	56.7
GROUND	54.6	57.6	58.1

表 9 $V_s=240\text{m/s}$

Mass=30,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	57.3 dB	58.0	64.4
BEAM-2	55.8	57.8	60.7
BEAM-3	65.3	59.0	67.4
BEAM-4	58.3	58.1	66.1
FOUND	53.1	57.5	56.9
GROUND	54.6	57.6	58.1

表 10 $V_s=240\text{m/s}$

Mass=60,000kg			
	PSD-1	PSD-2	PSD-3
BEAM-1	57.7 dB	58.1	64.7
BEAM-2	56.1	57.9	60.8
BEAM-3	66.1	59.2	68.5
BEAM-4	58.9	58.2	67.2
FOUND	53.4	57.6	57.2
GROUND	54.6	57.6	58.1

000kgの地面-基礎間のゲイン特性を図7(a)、(b)に、同じく $V_s=160\text{m/s}$ の地面-基礎間のゲイン特性を図7(c)、(d)に示す。図6(a)、(b)、(c)に示される振動応答は図5の入力PSDの型と図7のゲイン特性から説明できる。

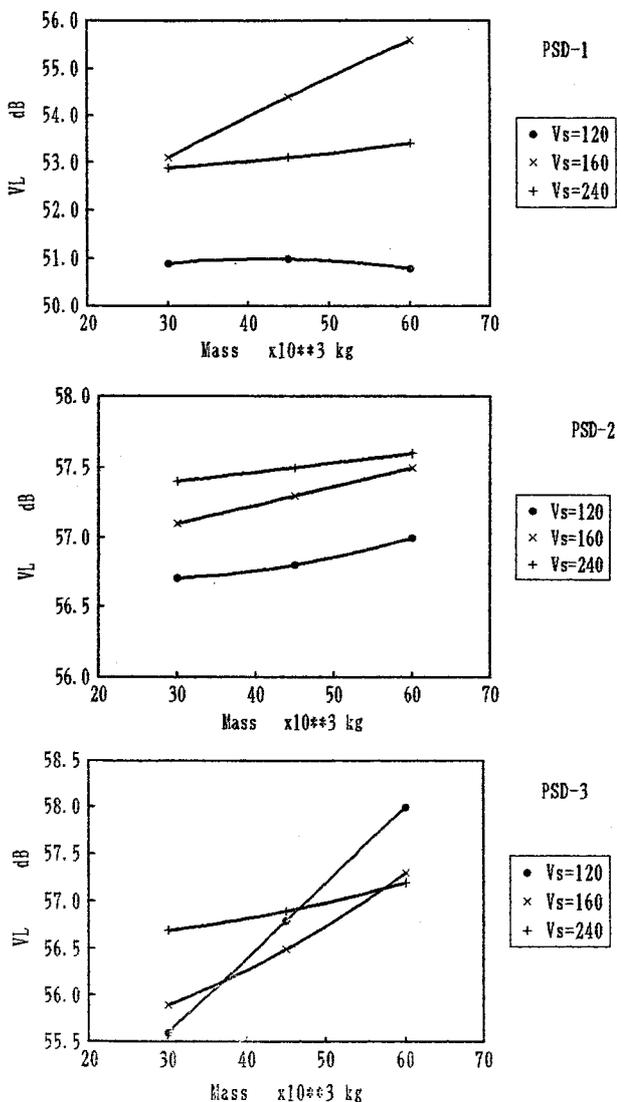


図6 基礎の振動応答
パラメータ: V_s

例えば、図6(a)、 $V_s=120\text{m/s}$ 時の基礎の応答は基礎質量の値によらず、ほぼ一定の値を取っているが、図7(a)、(b)で示されるとおり、いづれの基礎質量でもゲイン特性の谷の28Hz付近に入力PSDの卓越部分(27Hz付近)がある。したがって、入力PSDの卓越した部分の影響を受けることが少なく、基礎の振動応答はほぼ一定値を取る。これに対し、 $V_s=160\text{m/s}$ の場合は図7(c)、(d)で示されるとおり、ゲイン特性のピーク付近に入力PSDの卓越した部分があり、かつ基礎質量60,000kgのほうが30,000kgのゲイン値より大きい。したがって基礎の振動は基礎質量が30,000kgの場合より60,000kgの場合のほうが大きくなる。図6(c)の $V_s=120\text{m/s}$ の振

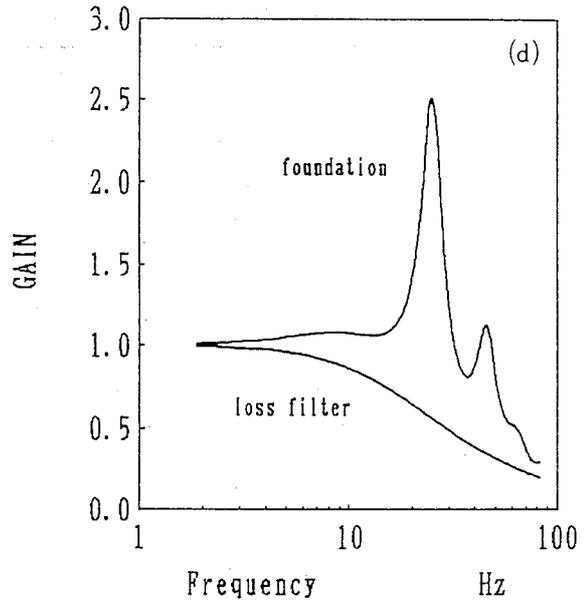
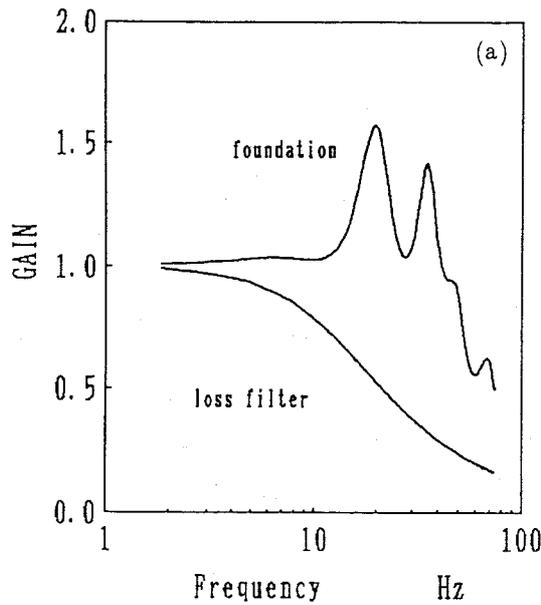
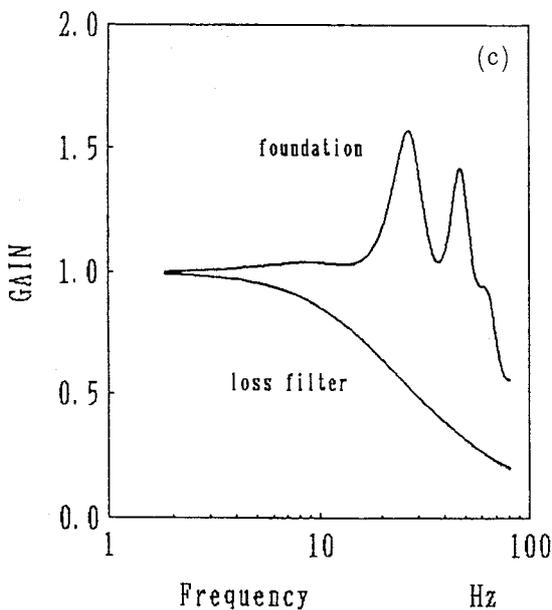
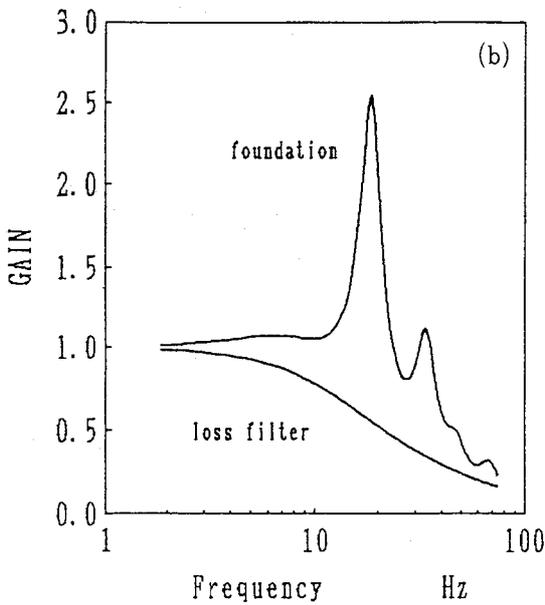


図7 地面-基礎間のゲイン特性

(a)mass=30,000kg, Vs=120m/s, (b)mass=60,000kg, Vs=120m/s
 (c)mass=30,000kg, Vs=160m/s, (d)mass=60,000kg, Vs=160m/s



動応答の変化も同じ理由による。

このように基礎の振動応答は地面-基礎間のゲイン特性及び入力PSD形状の相互の影響を受けるが、Vsを一定とした場合、基礎質量が増加すると概ね基礎の振動応答は増加することが図6(a)、(b)、(c)に示されている。

したがって、新幹線鉄道振動の家屋の防振対策の一つとして行われている既存の基礎(布基礎)で囲まれる1階床下にコンクリートを打設し、基礎質量を増加させる振動防止対策は、必ずしも有効な方法とは言えない。そして基礎質量の増加による対策を採用する場合は地面の条件、入力PSDの形状等を考慮して行う必要がある。

図8(a)、(b)、(c)に基礎質量をパラメータとし、Vsを変化させた場合の基礎の応答を示す。入力PSDの形状で応答は異なるが、質量が一定のもので、Vs=120m/sと240m/sの応答を比較すると、Vs値が大きな地面(硬質な地面)ほど基礎の振動は概ね大きくなっている。この現象はVs値の小さな地面(軟弱な地面)に建てられた家屋は、硬質な地面に建てられた家屋より揺れにくいことを示すが、以下のように説明される。

ここでの計算は軟弱な地面と硬質な地面に同一のスペクトル及び強度を持つ振動が存在し基礎に作用するとみなしている。一般に、同じ振動入力を受ける地面であっても軟弱な地面ほど地面に発生する振動は大きく(例えば、鉄道車両の走行によって発生する地面の振動は軟弱な地面ほど概ね大きい)、この場合基礎への入力そのものが本計算条件と異なっている。

さらに、軟弱な地面と硬質な地面に対する損失フィル

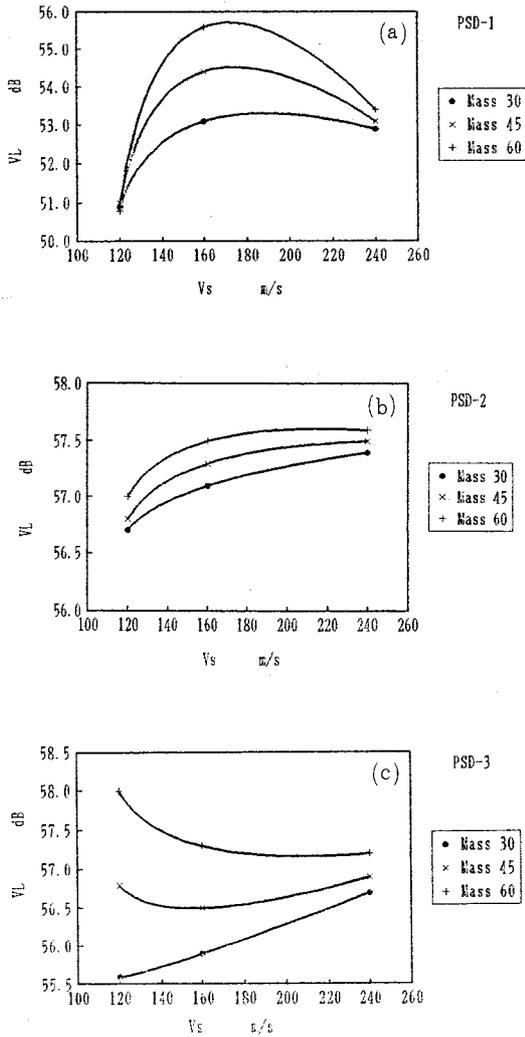


図8 基礎の振動応答
パラメータ：質量

ターの影響の差がある。軟弱、硬質の両地面に同一のスペクトルを持つ振動が存在するとすれば、硬質な地面ほど損失フィルターの折点周波数は高くなり、基礎への実質的な入力PSDの強度は軟弱な地面の場合より大きくなる。

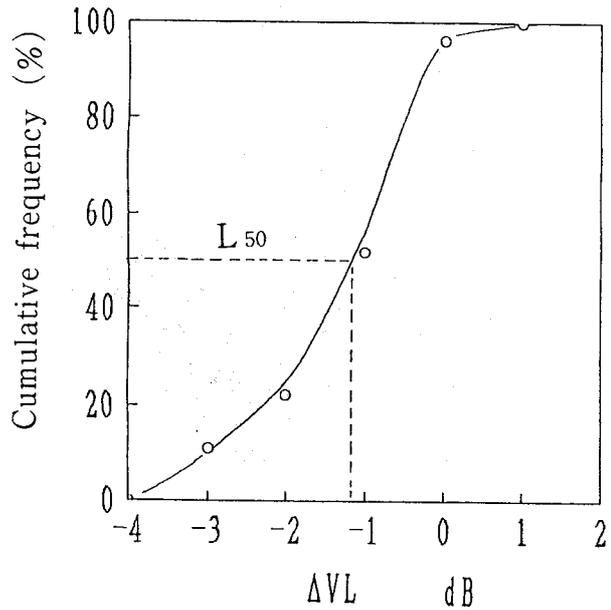


図9 地面-基礎間の振動増幅(累積率)
Vs=120, 160, 240m/s,
mass=30,000, 45,000, 60,000kg

図9に地面-基礎間のVL値の差(地面-基礎間の振動増幅)の累積度数を示す。L10値(80%レンジの上端値)で1.5dB、中央値で-1dBの値となることが示されているが、これらの値はこれまでに得られている新幹線鉄道に対する基礎の振動増幅特性の調査結果¹¹⁾を近似し、損失フィルタを含め木造家屋基礎系の振動モデルとして使用可能である。

5.2 2階床の振動応答

表11に梁の仕様がBEAM-3の場合の振動応答を示す。いずれの入力に対しても梁中央の振動が大きくなることを示している。これは部屋の中央部の振動が大きくなることを示し、我々の経験していることを良く説明している。

表11 梁の振動応答

	points on BEAM-3									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	dB									
PSD-1	59.0	62.0	63.9	65.0	65.3	65.0	63.9	62.0	59.0	54.4
PSD-2	57.7	58.1	58.5	58.8	58.9	58.8	58.5	58.1	58.1	57.3
PSD-3	59.5	62.2	64.0	65.0	65.3	65.0	64.0	62.2	62.2	56.5

Mass=45,000kg、Vs=160m/s、No 5は梁の中央、No10は梁の支持端を示す

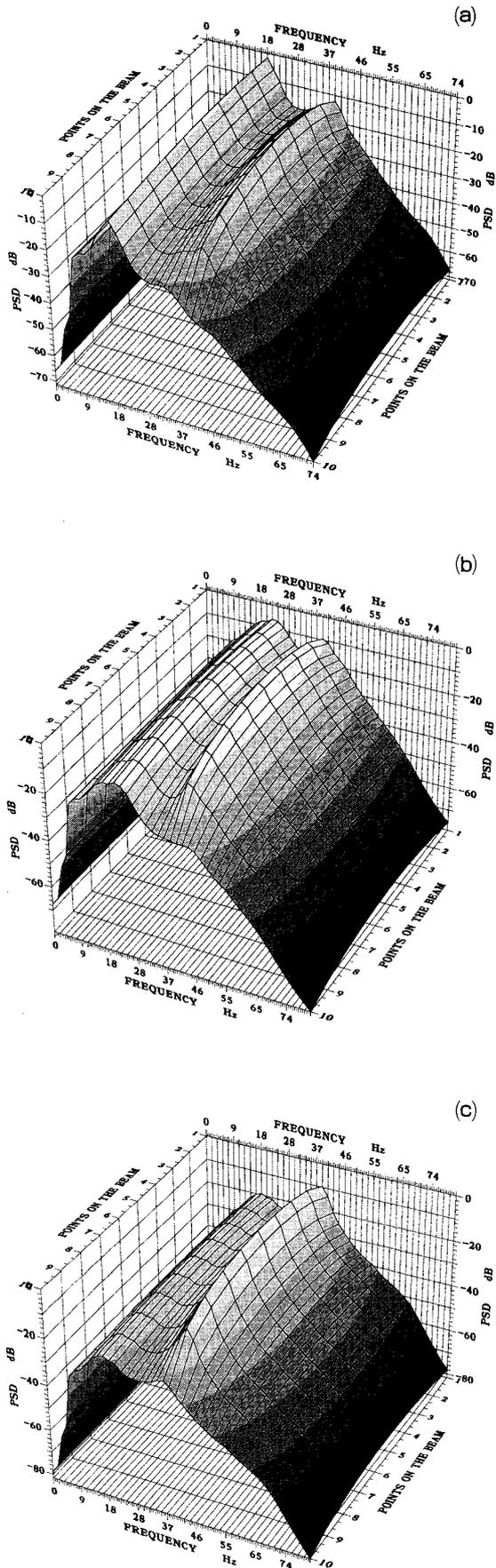


図10 梁の振動応答

図10(a)、(b)、(c)に梁、質量、入力PSDを同一とし、 V_s を変化させた場合の梁の振動応答を示す。スペクトルの形状は2山型であるが、 V_s の増加と共に卓越する振動数は高域側へ移動し、そのときのVL値も61.0dB、61.8dB、67.2dB(表4、7、10)と増加する。これは、 V_s の増加が損失フィルターの折点周波数を高域側へ移動させ、基礎への入力PSDの高域強度を増加させること、基礎-地盤系の固有振動数も高域側へ移動させること等によって、梁の一次モードを与える周波数付近の入力PSD強度が増加し、図10に見られるような振動応答になる。

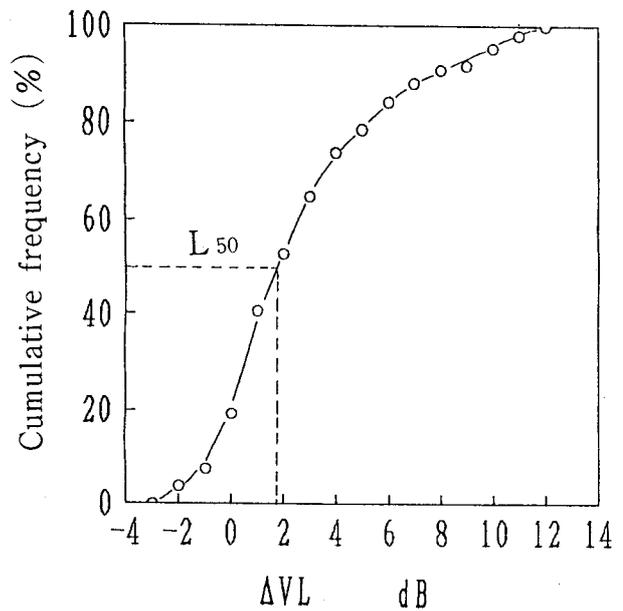


図11 地面-2階床間の振動増幅(累積率)
 $V_s=120, 160, 240\text{m/s}$ 、
 $\text{mass}=30,000, 45,000, 60,000\text{kg}$

図11に地面-梁中央間におけるVL値の差の累積度数を示す。L10値で8dB、中央値では2dBとなり、先の木造家屋の振動増幅率の調査結果¹¹⁾を近似している。また図11は、梁の仕様と入力PSD、 V_s 等の組合せによっては2階の振動が地面の振動より小さくなることを示している。このことは入力PSD、 V_s 等の条件が与えられれば、家屋の質量を考慮した上で、2階床の振動増幅を小さくする梁の仕様が決定的であることを示す。

6. まとめ

木造家屋の基礎を長方形柵目基礎に単純化し、基礎の接地応力分布を均等分布とした場合の地盤の複素グランドコンプライアンスを求めた。次いで、2階床の振動応答を両端支持部から入力を受ける梁の応答とみなし解析したところ、以下のことが明らかとなった。

1. 木造家屋2階床の振動モデルは、基礎を家屋全体の質量を持つ集中質量とみなし、2階床を支持している梁を単純支持梁としたとき、地面-基礎から構成される集中質量系と梁とのカスケード結合として扱える。本モデルによって、2階各部屋ごとの振動応答予測が可能となった。
2. 基礎質量が増加すると基礎の振動応答も大きくなる傾向にあり、その増加の程度は地盤が軟弱な場合ほど大きい。ただし、入力PSDの形状にも影響されるので、個々の家屋の振動を論ずる場合には、それぞれの家屋の仕様を考慮する必要がある。
3. 多くの場合、地面の振動は基礎で一旦減少するが、2階で増幅され結果的に2階の振動は地面より大きくなる。

参 考 文 献

- 1 藤掛敏夫, パルス列入力による鉄道振動の予測手法 (平坦軌道), 機論C, Vol.53, No.485(1987).
- 2 T.FUJIKAKE Journal Sound and Vibration Vol.111(2), 357-360,1986.
- 3 T.FUJIKAKE Journal Sound and Vibration Vol.128(3),524-527,1989.
- 4 田治見 宏, 耐震理論に関する基礎的研究, 東京大学生産技術研究報告(1959.3), Vol. 8, No. 4.
- 5 山原 浩, 環境保全のための防振設計, 彰国社, 昭49, 第1版.
- 6 広瀬, 石井, 塩谷, 騒音制御 Vol.6, No.3, 1982
- 7 F.E.リチャートJr, J.R.ホールJr., R.D.ウッズ共著, 岩崎敏男, 嶋津晃臣, 共訳「土と基礎の振動」, 鹿島出版会.
- 8 原田隆典, 木下貴夫, 地盤と基礎の動的相互作用を取り入れた応答スペクトル法の考え方, 宮崎大学工学部研究報告31号.
- 9 二井義則, 音響学会誌, Vol.39, No.10(1983).
- 10 二井義則, 音響学会誌, Vol.40, No. 1 (1984).
- 11 大熊勝寿, 建築学会環境振動分科会83-1資料.

付 録

付録-1 変位関数

$\delta_2 \sim \delta_5$ は次式で与えられる

$$\delta_2 = - \left[\int_0^{-1 \left(\frac{b+2d}{a+2c} \right) \frac{a+2c}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta + \int_0^{-1 \left(\frac{a+2c}{b+2d} \right) \frac{b+2d}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta \right]$$

$$\delta_3 = \left[\int_0^{-1 \left(\frac{b-d}{a+2c} \right) \frac{a+2c}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta + \int_0^{-1 \left(\frac{a+2c}{b-d} \right) \frac{b-d}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta \right]$$

$$\delta_4 = \left[\int_0^{-1 \left(\frac{b+2d}{a-c} \right) \frac{a-c}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta + \int_0^{-1 \left(\frac{a-c}{b+2d} \right) \frac{b+2d}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta \right]$$

$$\delta_5 = - \left[\int_0^{-1 \left(\frac{b-d}{a-c} \right) \frac{a-c}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta + \int_0^{-1 \left(\frac{a-c}{b-d} \right) \frac{b-d}{3 \cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta \right]$$

これらの積分は積分区分が異なるだけで、すべての次の型の積分となる。

$$\int_0^{\tan^{-1}(\alpha) \frac{\beta}{\cos \theta}} e^{-jkr} dr d\theta \tag{付-1}$$

$$r = \frac{\beta}{\cos \theta} \sin \phi \quad \text{とおけば} \quad dr = \frac{\beta}{\cos^2 \theta} \cos \phi d\phi$$

式(付-1)は式(付-2)のようになる。

$$\int_0^{\tan^{-1}(\alpha) \frac{\beta}{\cos \theta}} \frac{\beta}{\cos \theta} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \phi e^{-jk \frac{\beta}{\cos \theta} \sin \phi} d\phi d\theta$$

$$= \int_0^{\tan^{-1}(\alpha) \frac{\beta}{\cos \theta}} \frac{\beta}{\cos \theta} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \phi J_0 \left(k \frac{\beta}{\cos(\theta)} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(k \frac{\beta}{\cos(\theta)} \right) \cos 2n\phi d\phi d\theta$$

$$- j \int_0^{\tan^{-1}(\alpha) \frac{\beta}{\cos \theta}} \frac{\beta}{\cos \theta} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \phi \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1} \left(k \frac{\beta}{\cos(\theta)} \right) \sin(2n-1)\phi d\phi d\theta \tag{付-2}$$

$$Re = \int \frac{\beta}{\cos(\theta)} J_0 \left(k \frac{\beta}{\cos(\theta)} \right) d\theta + \int \frac{\beta}{\cos(\theta)} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(k \frac{\beta}{\cos(\theta)} \right)$$

$$\left[\frac{(-1)^n}{2n+1} + \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \right] d\theta$$

ここで、 $J_*()$ は*次のベッセル関数を示す。
例えば、式(付-2)実部の積分は次式のようになる。

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\beta}{\cos \theta} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k\beta}{\cos \theta} \right)^{2n} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2n+m)! m!} \left(\frac{k\beta}{2\cos \theta} \right)^{2m} \right. \\ \left. \left(\frac{(-1)^n}{2n+1} + \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \right) \right] d\theta \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k^{2n+2m}}{2^{2n+2m}} \frac{(-1)^m}{(2n+m)! m!} \left[\frac{(-1)^n}{2n+1} + \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \right] \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^{2n+2m+1}(\theta)} d\theta$$

ここで

$$\int \frac{1}{\cos^{2s}(\theta)} d\theta = \frac{(2s-2)!!}{(2s-1)!!} \frac{\sin(\theta)}{\cos^{2s-1}(\theta)} - \frac{(2s-2r-3)!!}{(2s-2r-2)!!} \cos^{2r}(\theta) \\ \int \frac{1}{\cos^{2s+1}(\theta)} d\theta = \frac{(2s-1)!!}{2s!!} \frac{\sin(\theta)}{\cos^{2s}(\theta)} - \frac{(2s-2r-2)!!}{(2s-2r-1)!!} \cos^{2r}(\theta) \\ + \frac{(2s-1)!!}{(2s)!!} \log \left| \tan \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$k = 1.33\omega/V_s$$

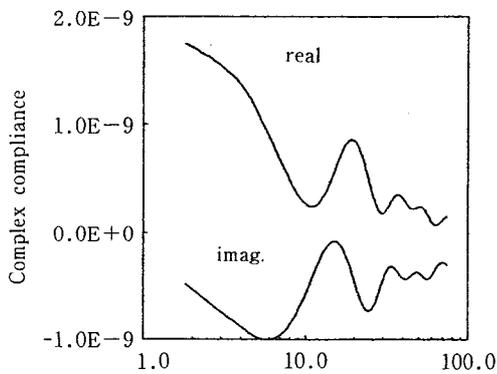
虚部についても

$$I_m = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\beta}{\cos \theta} \left[\sum_{n=0}^{\infty} J_n \left(k \frac{\beta}{\cos \theta} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} J_{-n} \left(k \frac{\beta}{\cos \theta} \right) \right] \\ \left[\frac{1 - (-1)^n}{2n} + \frac{1 - (-1)^{n+1}}{2(n+1)} \right] d\theta$$

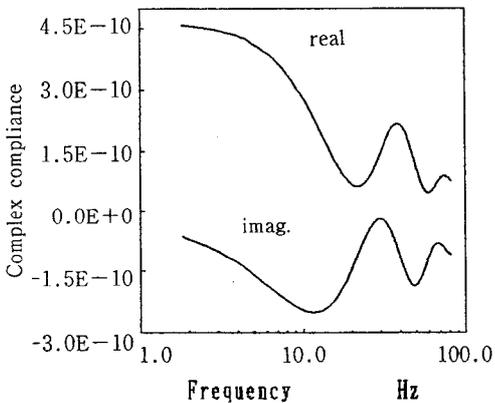
以下、実部と同様に求められる。

付録-2 地面の複素ダイナミックコンプライアンス

付図-1、2にVs=120m/s、240m/s時のコンプライアンスを示す。



付図1



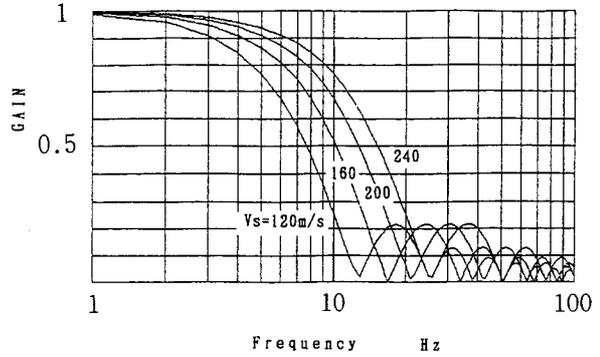
付図2

付図-1
Vs=120m/s

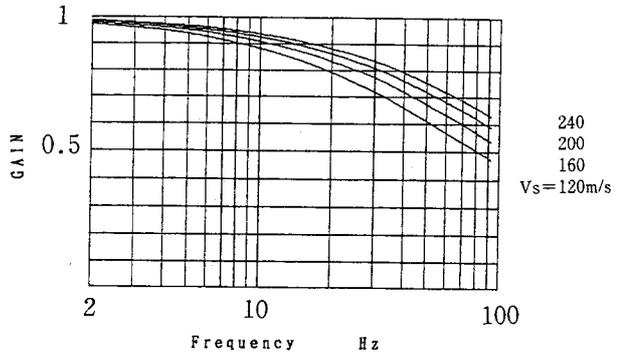
付図-2
Vs=240m/s

付録-3 損失フィルタ

付図-3、4に山原及び石井の損失フィルタのゲイン特性を示す。本報告で用いた損失フィルタのゲインは山原と石井の損失フィルタの中間的な特性を与える。



付図-3 山原の損失ファイル特性



付図-4 石井の損失ファイル特性