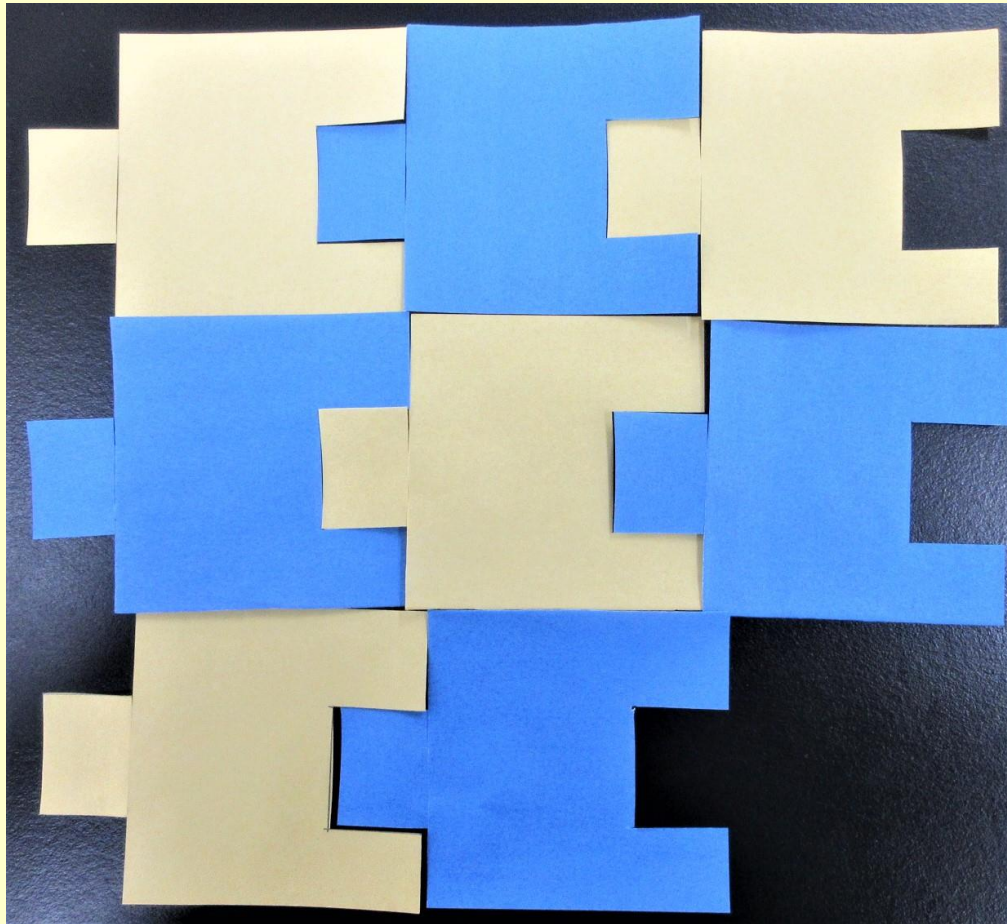


☆ は たいしょうせい たいけん ☆
☆ タイル張りで対称性を体験しよう ☆

なんいど じょうきゅう
難易度：上級



おな かたち お かさ
同じ形のタイル(折り紙)を使い、重ねず

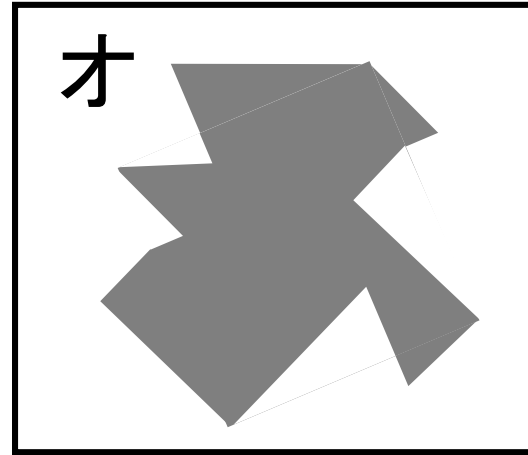
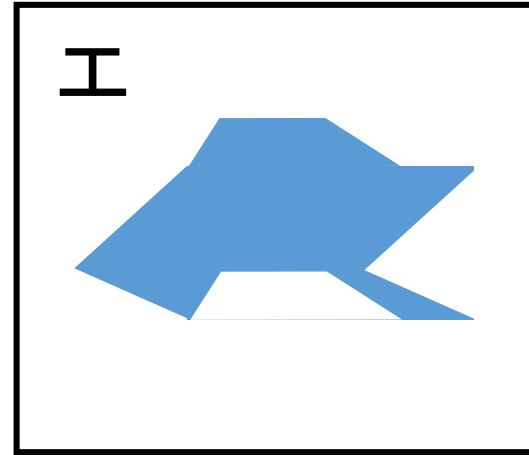
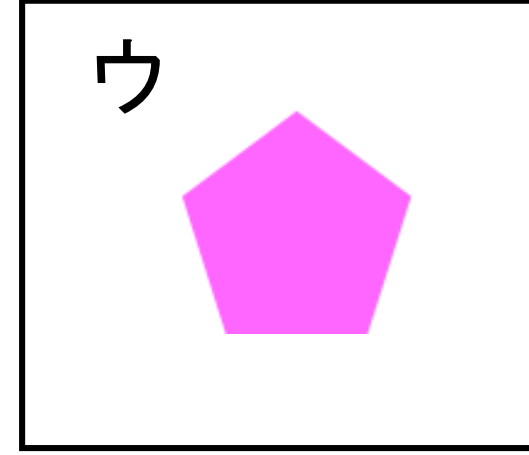
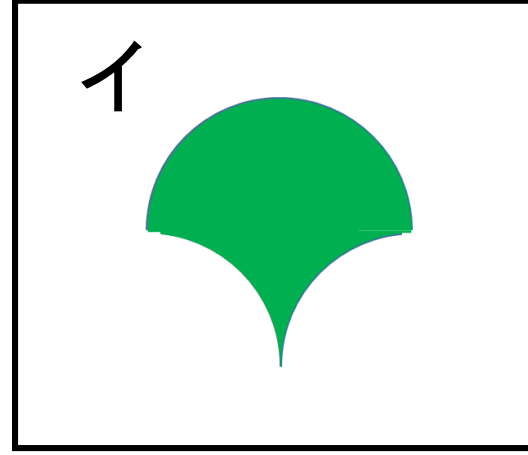
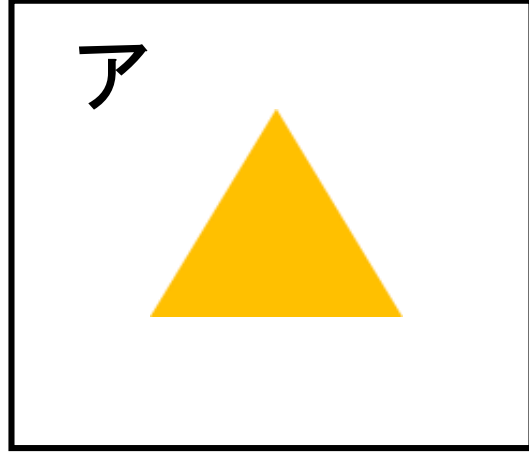
ま お たいけん
すき間なく置けることを体験しよう

じょうけん
◆どのような条件ですき間なく置ける
のか発見しよう

ずけい たいしょうせい かんけい
◆図形の対称性との関係

かがく たいしょうせい
◆科学における対称性について

ここでクイズです。タイルが美しく張られた床^はや壁^{ゆか}を見たことがあると思いますが、次のア、イ、ウ、エ、オの形のタイルはすき間なく置けるでしょうか。



答え
ア、イ、エ、オはすき間なく置けますが、
ウはすき間ができてしまいます。

ひつよう ざいりょう
■ 必要な材料

・セロテープ

せつちやくりよく よわ
※接着力が弱いメンディングテープがよい

いち しゅうせい
位置を修正しやすい

お がみ
・折り紙 (15cm × 15cmを1/4にして使う

せんばづる よう
または7.5cm × 7.5cmの千羽鶴用を使う)

うらがえ ばあい うらおもて いろがようし
※裏返す場合は裏表が同じ色画用紙がよい

ようい どうぐ
■ 用意する道具

・はさみ ・定規

・カッターナイフ

おとな いっしょ
※カッターナイフは大人と一緒に使ってね

・クリップ



◆どのような条件で、すき間なく
置くのか発見しよう

1) 正方形のタイル(折り紙)をすき間なく
置いてみよう。床のタイルみたいに、
すき間なく置けるね。

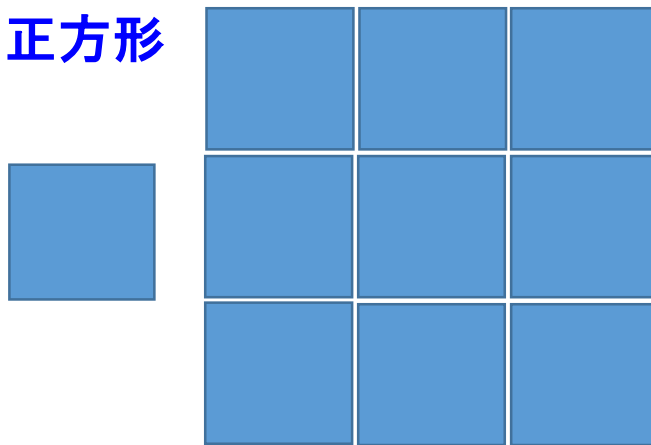
正六角形の折り紙も、ハチの巣のよう
にすき間なく置けるね。

正三角形や正五角形も置いてみよう。

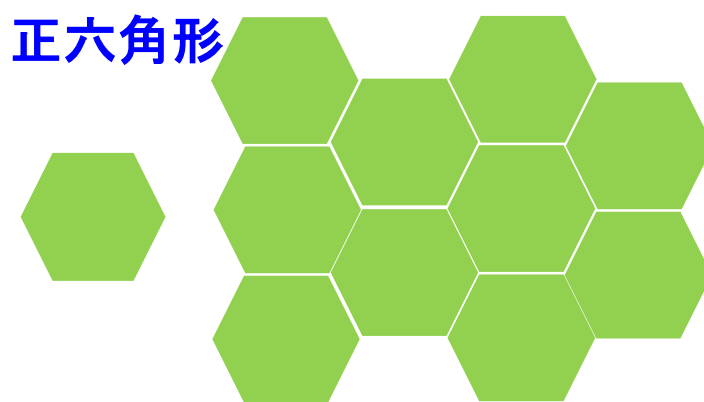
正五角形は、右図の白いところのよう
に、すき間ができちゃうよ。

なぜだろう？

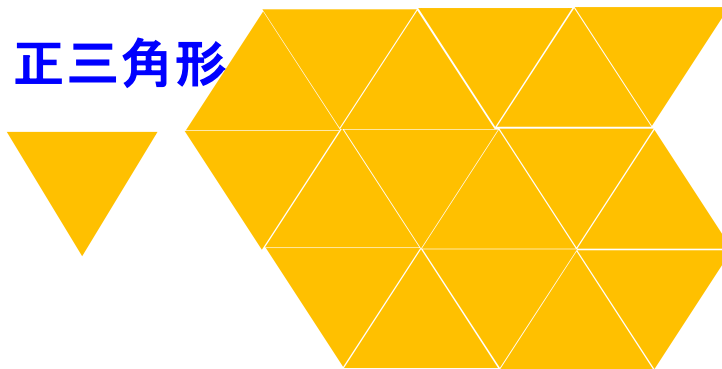
正方形



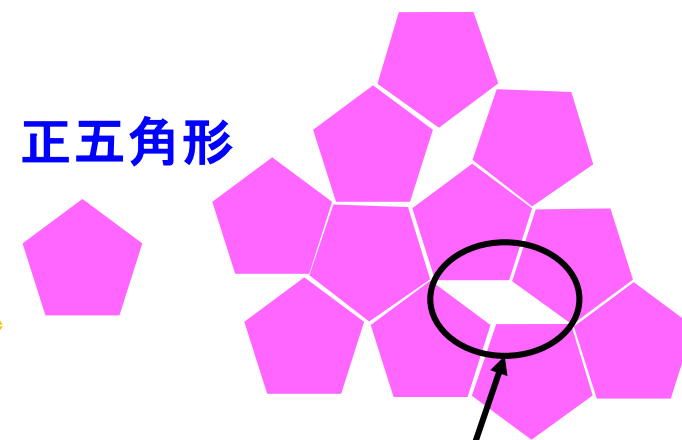
正六角形



正三角形



正五角形



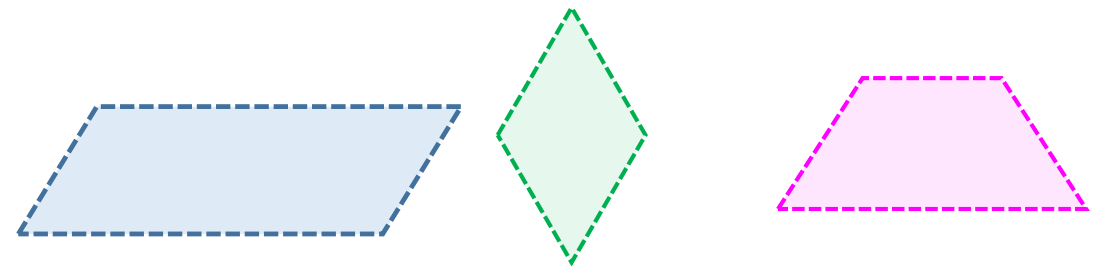
すき間

2) ^{ほか}他の形も^{しら}調べよう。

正三角形をすき間なく置いた図の中には
平行四辺形、ひし形、台形があるから、

これらもすき間なく置けそうです。正三角形
の一つの角度は 60° だから^{ずけい}図形のさかい
目の^{ちやうてん}頂点に^{あつ}集まる^{かくど}角度の^{ごうけい}合計は 360° に
なりそうです。

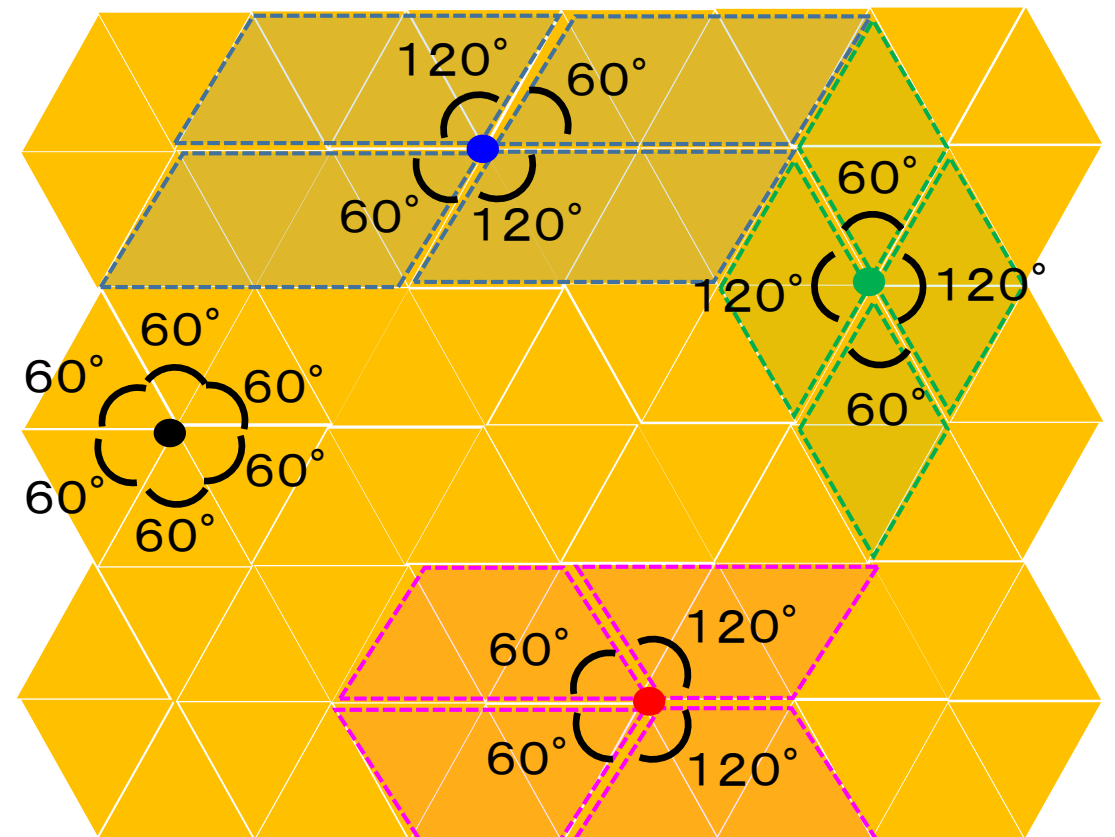
- 正三角形 $60^\circ \times 6 = 360^\circ$
- 平行四辺形 $60^\circ + 120^\circ + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$
- ひし形 $120^\circ + 60^\circ + 120^\circ + 60^\circ = 360^\circ$
- 台形 $120^\circ + 120^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$



平行四辺形

ひし形

台形



かくにん

3) 確認のため、正方形・正五角形・正六角形も調べてみよう。

- 正方形は $90^\circ \times 4 = 360^\circ$
- 正六角形は $120^\circ \times 3 = 360^\circ$

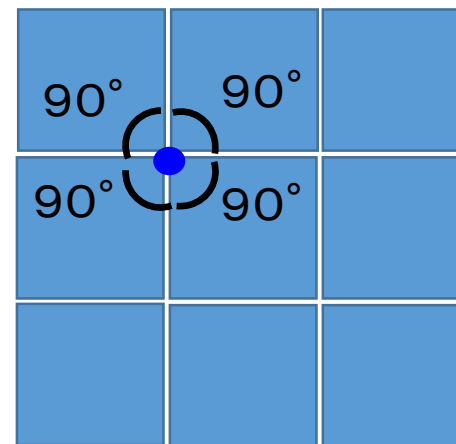
右の図にはないけれど、長方形も 360°
正五角形の一つの角度は 108° です。

$108^\circ \times 3 = 324^\circ$ で、 360° に 36°
た
足りないですね。

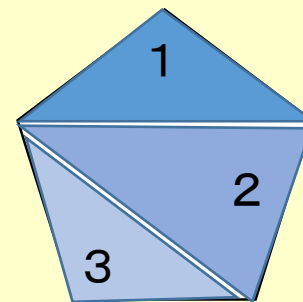
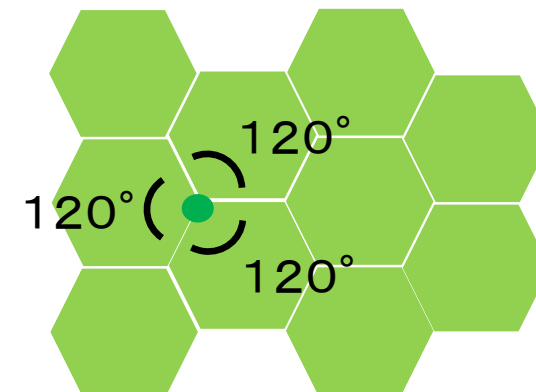
だからすき間が埋まらないようです。

発見1 図形のさかい目の頂点に集まる角度の合計が 360° になるとすき間なく置きそう。

正方形

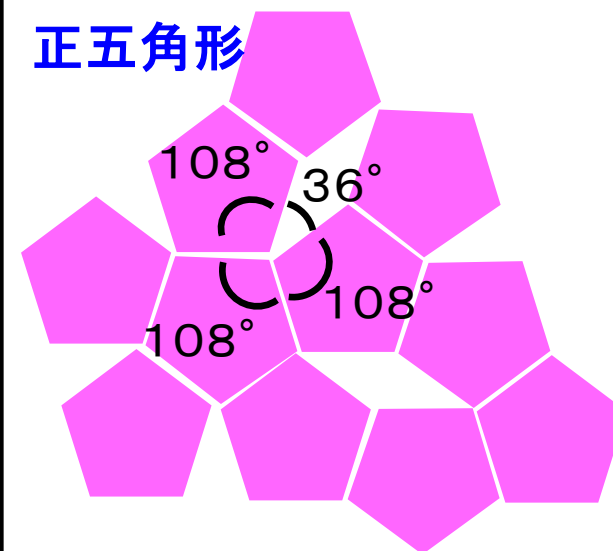


正六角形



- ・ 三角形の内側の角度の合計は 180° です。
- ・ 五角形は3つの3角形からできているので内側の角度の合計は $180^\circ \times 3 = 540^\circ$
正五角形の一つの角度は $540^\circ \div 5 = 108^\circ$

正五角形



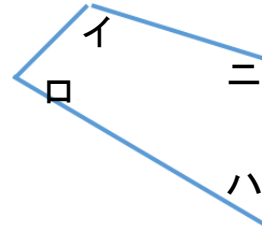
4) 360° になればすき間なく置けるのかな。

- ・正三角形、正方形、正六角形、ひし形、台形はすき間なく置けたけれど、たとえば4つの辺の長さも4つの角の角度も異なる**いっばん**一般四角形や、へこんだ形の四角形は、すき間なく置けるのかな？

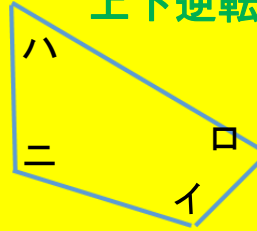
⇒四角形の向きを上下を逆にしたものと組み合わせて並べてみたら置けたよ。

発見2 四角形はどんな形でもすき間なく置けそうです。上下逆転形を使い、図形のさかい目の頂点に集まる角度の合計を 360° にそろえればよい。

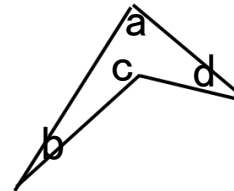
一般四角形



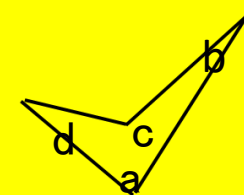
上下逆転形



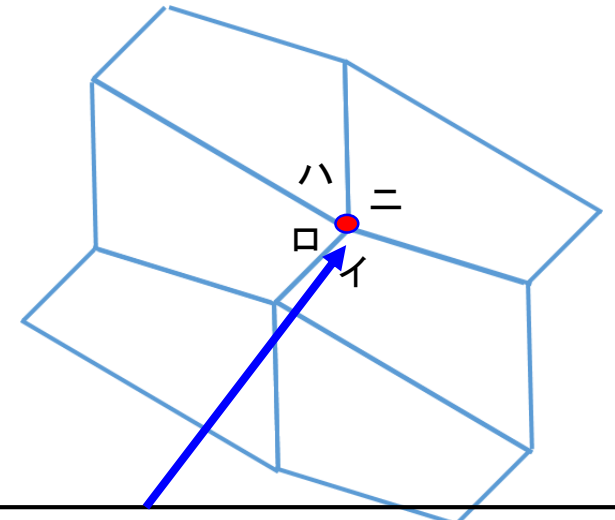
へこんだ四角形



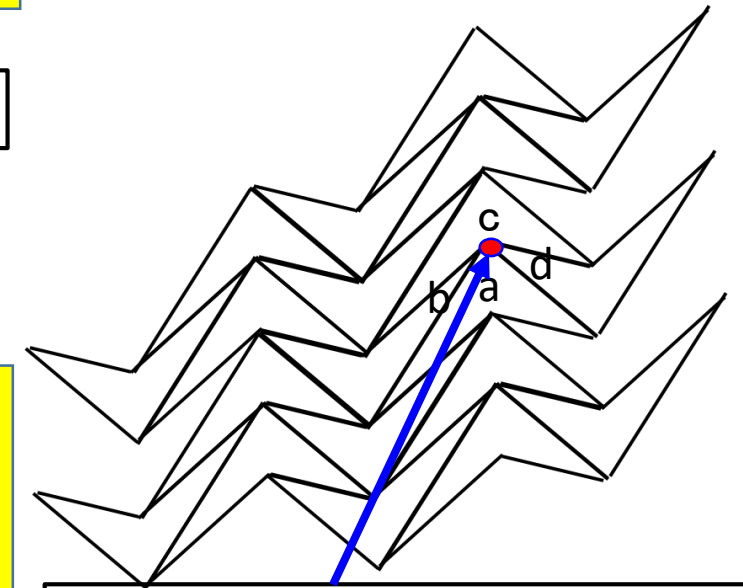
上下逆転形



四角形の内側の角度の合計は 360°



集まる角度は $イ+ロ+ハ+ニ=360^\circ$



集まる角度は $a+b+c+d=360^\circ$

◆図形の対称性との関係

4) 一つの点に集まる角度の合計が 360° になるとすき間なく置くことが分かりました。ほかにもすき間なく置くものがあるか考えてみよう。

右図の正方形(①)から一部を切り取り(②)、正方形の反対側に移動して(③)、元の正方形にくっつけた形(再度一体化)(④)を並べたら、すき間なくきれいに置けそうですね。

⇒これを並べたのが1ページ目の折り紙の写真です。

発見3 すき間なく置ける図形の一部を切り取り反対側の同じ位置にはりつけるとすき間なく置けそう。

※このような、あとで出てくる「並進対称」の図形は、すき間なく置けます。

①: 正方形



いちぶ き と
②: 一部切り取り



③: 反対側へ



さいど いったいか
④: 再度一体化



◆図形の対称性との関係
【I】一定の方向に動かす対称

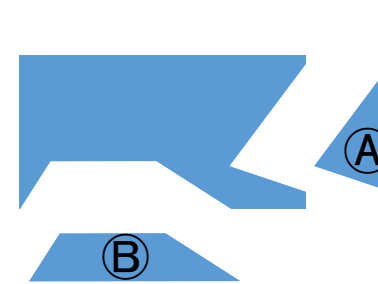
5) 図形の一部を切り取り、^{いってい} ^{ほうこう} 一定の方向に
^{いどう} 移動して、^{ふた} ^{いったいか} 再び一体化した図形は、すき間
なく置ける図形になります。
これらの図形は^{せいかく} ^{かさ} ^あ 正確に重なり合います。
これを^{へいしん} ^{たいしょう} 「並進対称」と呼びます。
⇒右の図はすき間なく置ける長方形から
①と②の2ヶ所を切り出し、それぞれの
^{はんたいがわ} ^{うつ} 反対側に移し、再度一体化したものです。

発見4 すき間なく置ける図形(正方形、長方形など)から
作った並進対称の図形もすき間なく置けそうです。

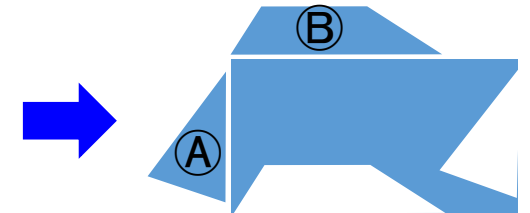
神奈川県 の形



⑤: 長方形から
①、②切り取り



⑥: 再度一体化



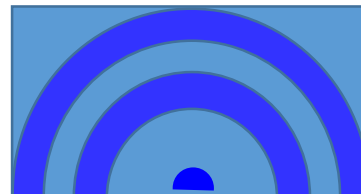
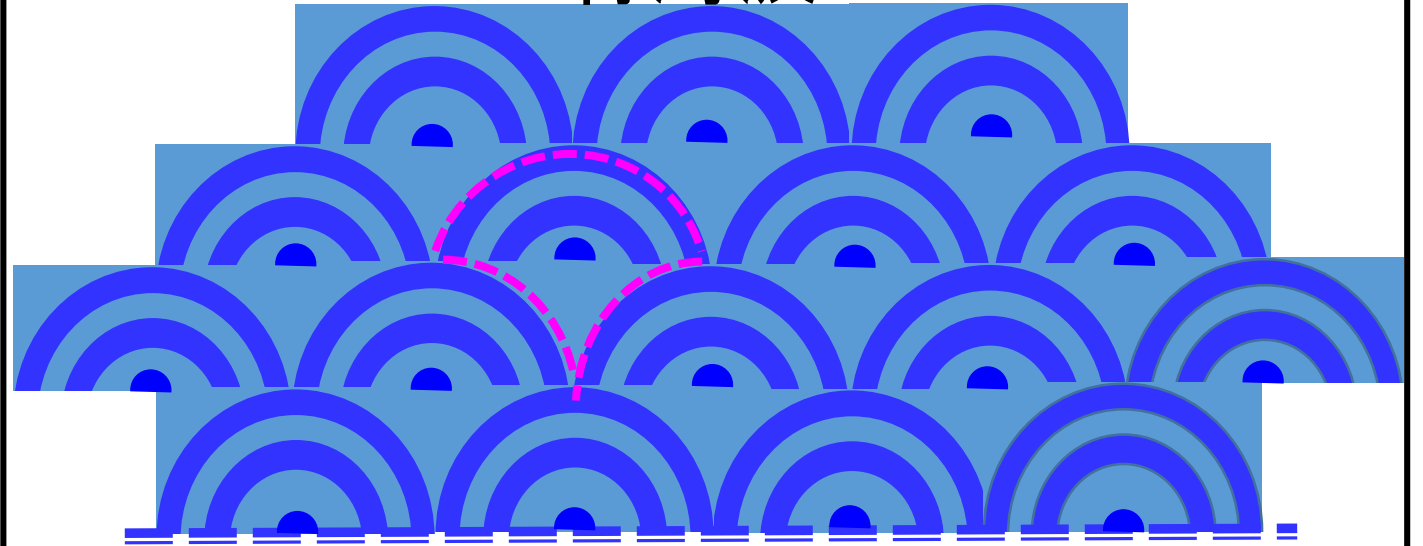
【Ⅱ】中央の線に対する左右の対称

6) 前で「**並進対称**」にふれましたが他に
対称の種類はあるのでしょうか。実は
「**線対称**」と「**回転対称**」があります。

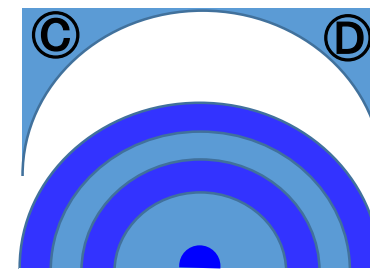
⇒ 右図はすき間なく置ける長方形から
半円を切り出し、残りの◎◎の左右
を逆にして、半円の反対側に付けて
再度一体化したものです。

右下の“イチヨウの葉”に似た形は、
中央の線で折ると左右が完全に一致
します。この性質を「**線対称**」と言
います。右上の図はそれをすき間なく
置いた“青海波”という模様です。

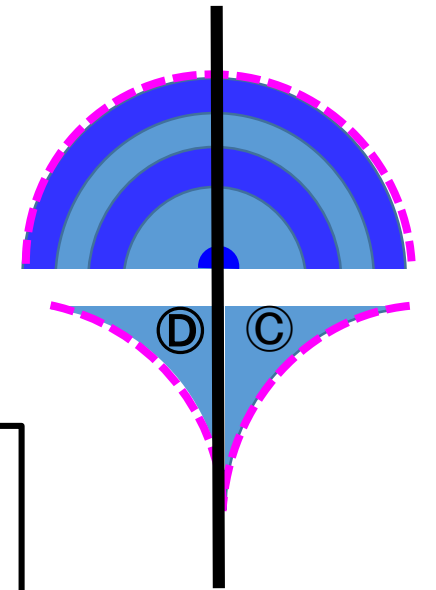
せいがいはいは
青海波



長方形



半円切り出し



中央の線

せいがいはいは もよう こだい
青海波の模様は古代ペルシャから飛鳥時代に日本に
つた げんじものがたり ががく いしろう どうじょう
伝わった。源氏物語の中に雅楽の衣装として登場。

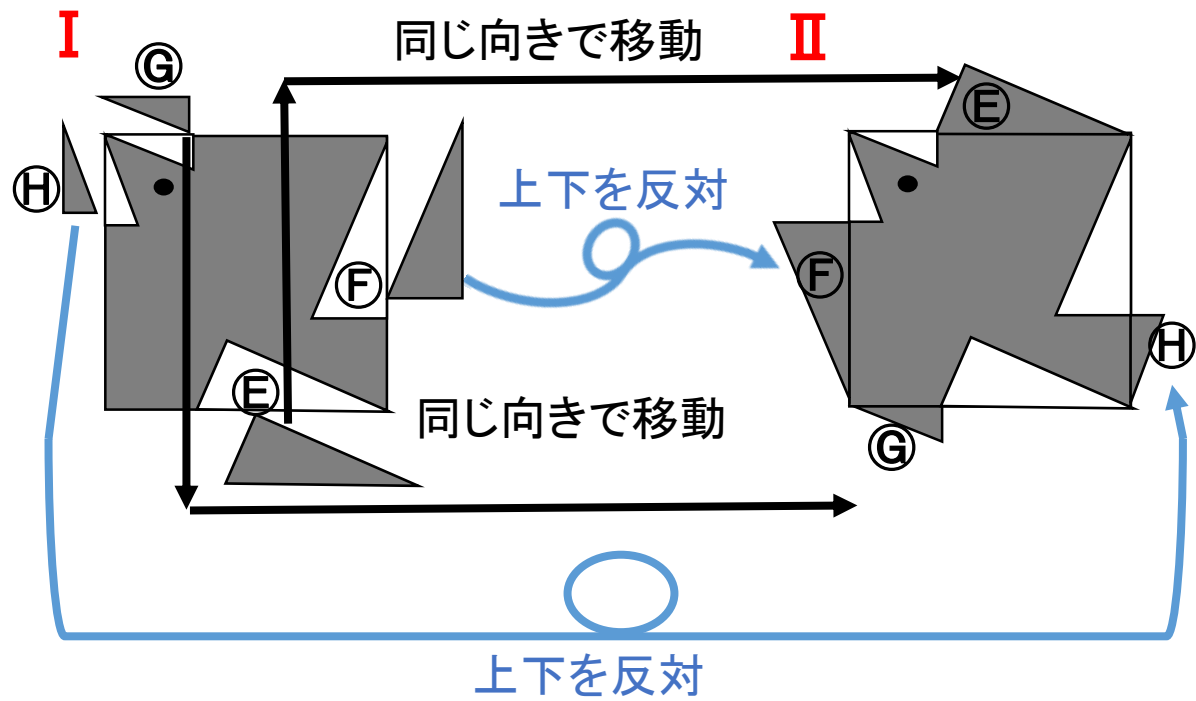
【Ⅲ】中心(●)に対する回転対称

7) 次に「**回転対称**」について話します。

⇒右図はすき間なく置ける正方形(Ⅰ)から4つの三角形(E、F、G、H)を切り出し、反対側の辺の同じ場所に付けました。ただし(FとHは上下を反対にして再度一体化したものです。(Ⅱ)

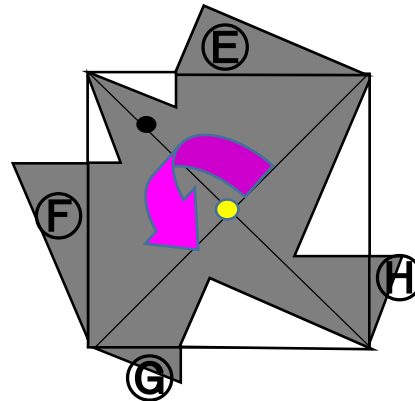
⇒(Ⅱ)を図形の中心(●)で180°回転させます。(Ⅲ) その回転後の図形は(Ⅳ)になります。(Ⅳ)をさらに180°回転すると元の形(Ⅲ)に戻ります。これを「**2回対称**」と言います。

※回転対称は「4回対称」「6回対称」などいろいろあります。

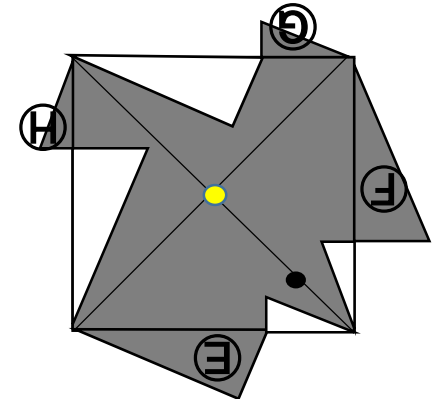


※(F)と(H)を同じ方向で付けると並進対称になるので上下逆転した

Ⅲ

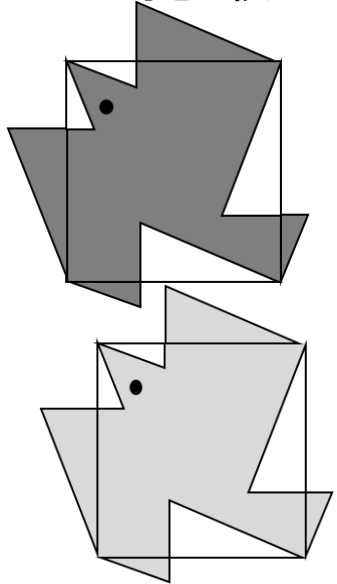


Ⅳ

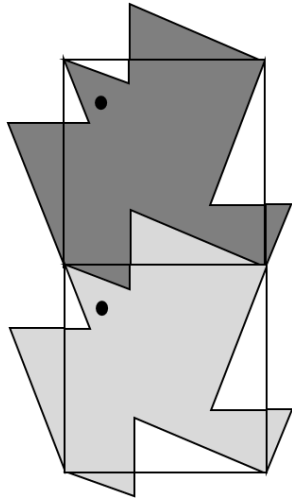


すき間なく置くためのやり方

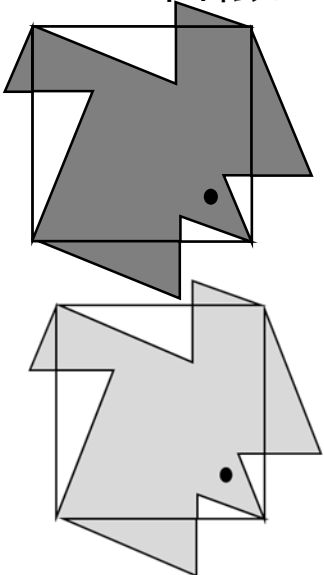
(1)元の向き2枚



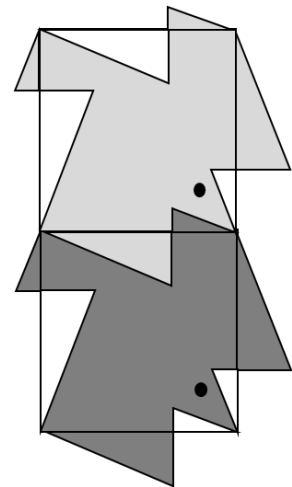
(3)元の向き2枚をすき間なく置く



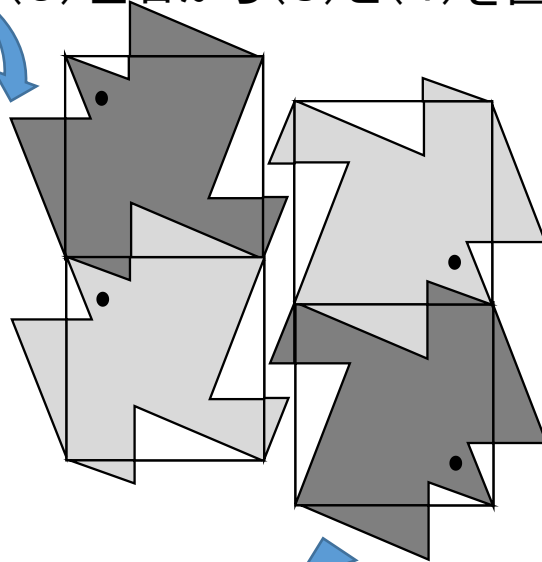
(2)180° 回転した2枚



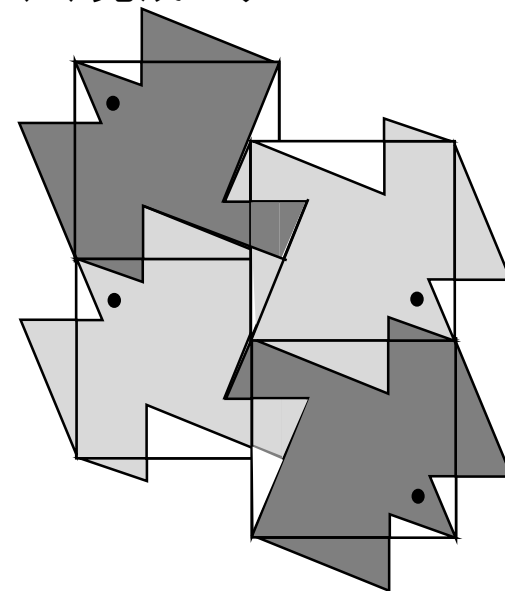
(4)180° 回転した2枚も同様に置く



(5)左右から(3)と(4)を置く



(6)完成です



発見5 すき間なく置ける図形(正方形、長方形など)から作った線対称、回転対称の図形もすき間なく置けそうです。

折り紙(色画用紙)を使ってすき間なく置いてみよう

①正方形の折り紙(15cmの折り紙を1/4にした1辺の長さが7.5cmのものか、7.5cmの千羽鶴用折り紙)を4枚用意し、重ねます。
かさ

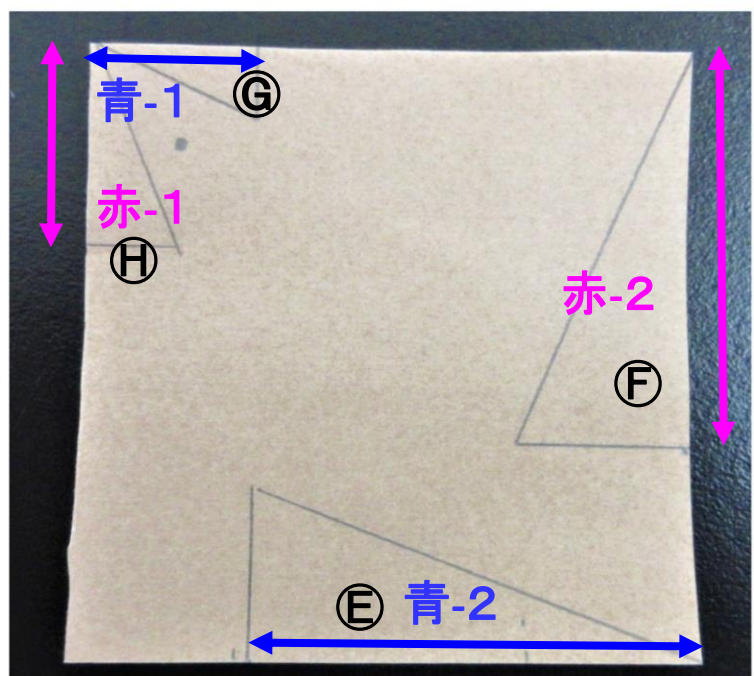
一番上の1枚目の切り取る部分にえんぴつで印をつけます。
しるし

※美しくつくるためⒺの青-1とⒺの青-2を足した長さを、元の1辺の長さ(7.5cm)以内にする。Ⓕの赤-1、Ⓕの赤-2も同じ。

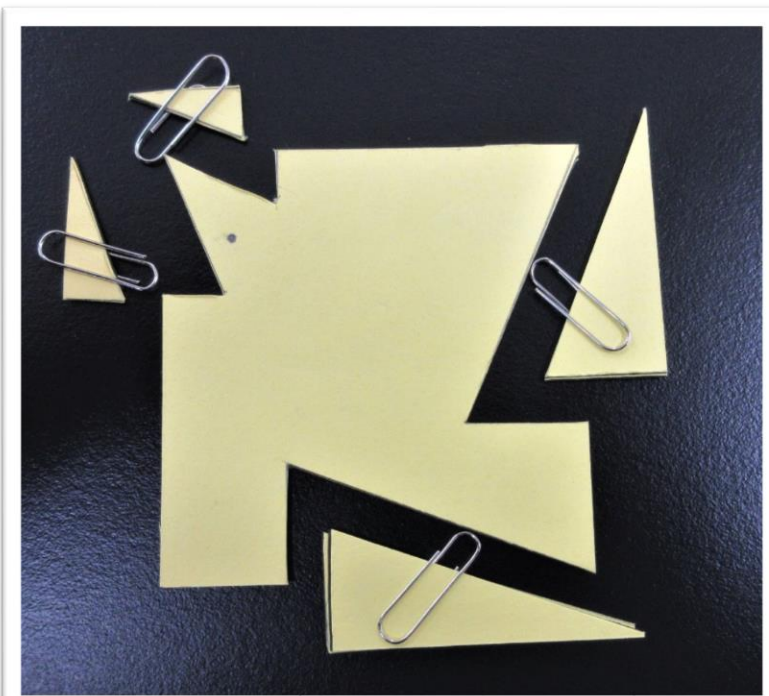
②重ねた状態で「はさみ」または「カッター」で切り取る。切り取った部品はクリップでまとめると良い。

③前のページのようにⒺ、Ⓕ、Ⓔ、Ⓕをメンディングテープではりつける。
うらがわ
(裏側からはるとキレイ)

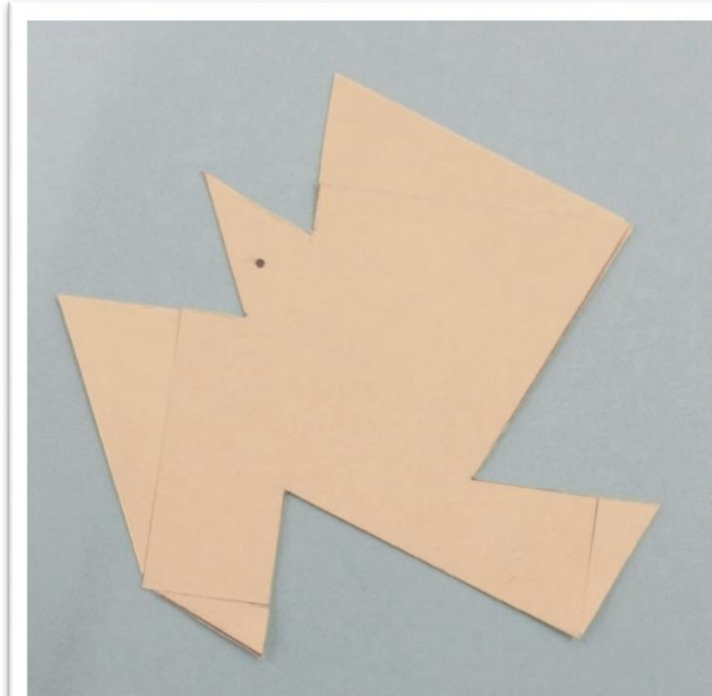
①



②



③



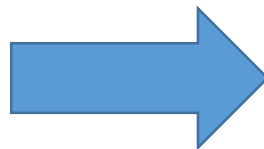
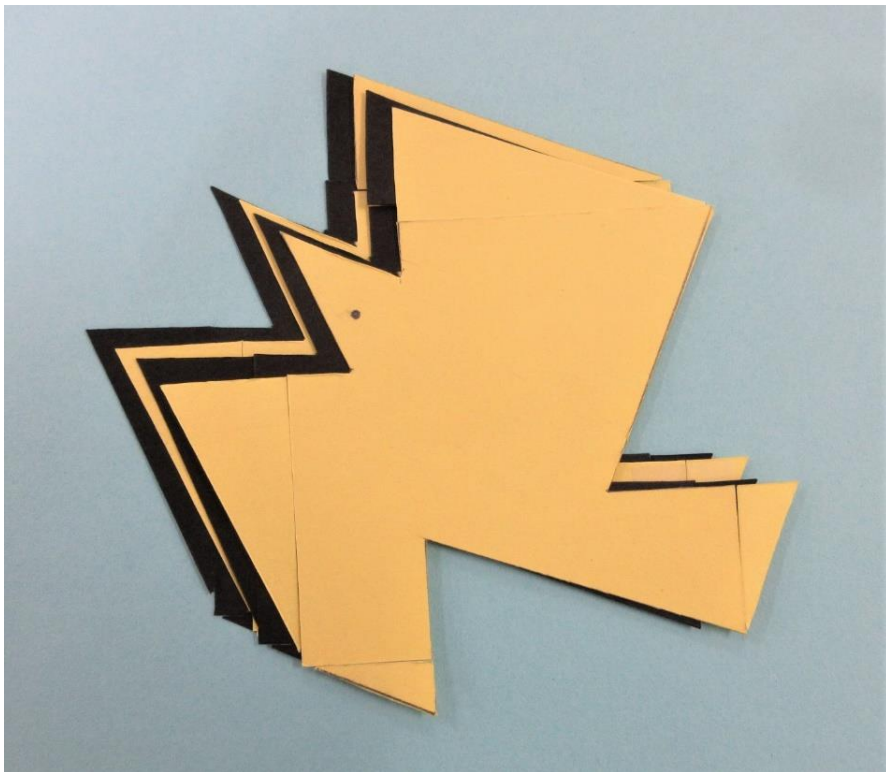
④メンディングテープではりつけた4枚は

せいかく かさ

正確に重なります。(同じ形です)

⑤その4枚をすき間なく置いた写真です。

④



⑤



鳥のように目を入れました

たいしょうせい
さあ皆さんも対称性を使って、折り紙を切り張りして
いろいろな形のすき間なく置けるタイルを作ってみよう。

◆科学における対称性

たいしょうせい まな
タイルをすき間なく置くことから対称性を学びましたが、

しぜんかい
自然界ではいろいろな所に対称が現れるため対称性

しぜんかがく ふか かんけい
は自然科学と深い関係があります。

ふく さゆう せんたいしょう
たとえば、人間を含め動物はほぼ左右が同じ線対称で

けっしょう へいしんたいしょう かいてんたいしょう
すし、結晶は美しい並進対称や回転対称があります。

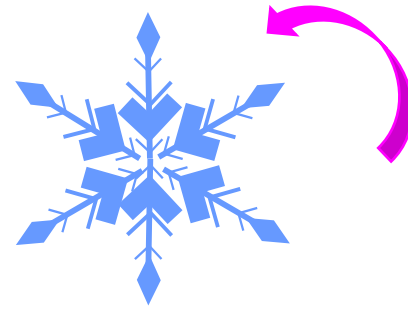
ほうそく ふか いみ
さらに自然科学の法則では対称性が深い意味を持ち、

ぶっしつ こうぞう さぐ
また物質の構造を探る上でもたいへん重要です。

しぜんかい ほか けんちくぶつ いふく
自然界の他にも建築物、衣服のデザインなどの

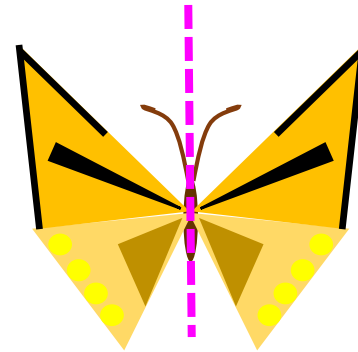
じんこうぶつ
人工物でも対称性が好まれます。

たぶん人間は対称性に美しさを感じるのでしょうか。



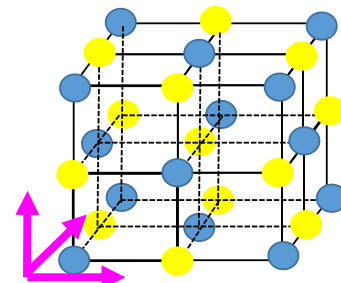
雪の結晶のイラスト

回転対称:
60° 回転すると元の形と
ぴったり重なる6回対称



ちょうのイラスト

線対称:
中央の線でおると左右が
ぴったり重なる



食塩の結晶のイラスト

並進対称:
一定方向に動かすと
ぴったり重なる